

<https://doi.org/10.23913/ride.v15i30.2331>

*Artículos científicos*

**Diseño de Metodología de análisis de Mantenimiento a Equipo Industrial a través del uso de Filtro de Kalman y Redes Bayesianas Dinámicas**

*Design of Industrial Equipment Maintenance Analysis Methodology through the use of Kalman Filter and Dynamic Bayesian Networks*

*Projeto de uma Metodologia de Análise de Manutenção de Equipamentos Industriais através da utilização de Filtro de Kalman e Redes Bayesianas Dinâmicas*

**Secundino Ramos Lozano**

Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, México

[secundino.ramos@uacj.mx](mailto:secundino.ramos@uacj.mx)

<https://orcid.org/000-0003-0484-0297X>

**Manuel Arnoldo Rodríguez Medina**

Tecnológico Nacional de México, Instituto Tecnológico de Cd. Juárez, México

[manuel\\_rodriguez\\_itcj@yahoo.com](mailto:manuel_rodriguez_itcj@yahoo.com)

<https://orcid.org/0000-0002-8922-4718>

**Eduardo Rafael Poblano Ojinaga**

Tecnológico Nacional de México, Instituto Tecnológico de Cd. Juárez, México

[e\\_poblano@yahoo.com](mailto:e_poblano@yahoo.com)

<https://orcid.org/0000-0003-3482-7252>

**Jesús Manuel Barraza Contreras**

Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, México

[jesus.barraza@uacj.mx](mailto:jesus.barraza@uacj.mx)

<https://orcid.org/0000-0002-1689-1245>

## Resumen

Debido al alto nivel de competencia industrial, las compañías buscan hacer cada vez más eficientes sus operaciones mediante la reducción de costos, sin afectar la calidad de sus productos. Una de las formas más comúnmente utilizadas para lograr este objetivo es optimizar el funcionamiento de los equipos productivos, por lo que en este trabajo de investigación se desarrolló una metodología para realizar el análisis de fallas, con el objetivo de identificar su causa raíz y mejorar el desempeño del equipo y maquinaria. La metodología emplea una red bayesiana dinámica para el análisis. Esta herramienta proporciona información sobre la probabilidad de ocurrencia de las fallas, lo que resulta sumamente útil, ya que permite establecer prioridades en las acciones correctivas para eliminarlas o reducir su incidencia, además, para los equipos que requieren monitoreo continuo, se emplea el filtro de Kalman y el filtro de Kalman extendido cuando corresponda, su propósito es eliminar el ruido en el proceso de adquisición de datos para obtener información confiable para el análisis, además, permite estimar con precisión el estado de ciertas variables en lugares donde es difícil o imposible colocar dispositivos de medición directa. La implementación de esta metodología permite una mejora sustancial en el proceso de análisis de fallas y, en consecuencia, hace más efectivas las acciones correctivas para su eliminación.

**Palabras Clave:** Redes bayesianas, red bayesiana dinámica, análisis de mantenimiento, Filtro de Kalman.

## Abstract

Due to the high level of industrial competition companies strive to enhance their operational efficiency by reducing costs without affecting the quality of their products. One of the most common approaches to achieving this goal is optimizing the operation of production equipment. Therefore, this research develops a methodology for failure analysis aimed at identifying root causes and improving equipment and machinery performance. The methodology employs dynamic Bayesian network for failure analysis. This tool provides valuable information about the probability of failure occurrence, allowing the prioritization of corrective actions to eliminate failures and reduce their incidence. Additionally, for equipment requiring continuous monitoring, the Kalman filter and, when applicable, the extended Kalman filter are employed., Its purpose is to eliminate noise in the data acquisition

process, ensuring reliable information for analysis. Moreover, it enables the accurate estimation of certain variables in locations where direct measurement is challenging or unfeasible. Implementing this methodology leads to substantial improvements in the failure analysis process, making corrective actions more effective in eliminating failures.

**Keywords:** Bayesian Networks, Dynamic Bayesian Networks, maintenance analysis, Kalman filter.

## Resumo

Devido ao alto nível de competição industrial, as empresas buscam tornar suas operações cada vez mais eficientes, reduzindo custos, sem afetar a qualidade de seus produtos. Uma das formas mais utilizadas para atingir esse objetivo é otimizar a operação dos equipamentos de produção, por isso neste trabalho de pesquisa foi desenvolvida uma metodologia para realizar análises de falhas, com o objetivo de identificar sua causa raiz e melhorar o desempenho dos equipamentos e máquinas. A metodologia emprega uma rede bayesiana dinâmica para análise. Esta ferramenta fornece informações sobre a probabilidade de ocorrência de falhas, o que é extremamente útil, pois permite estabelecer prioridades nas ações corretivas para eliminá-las ou reduzir sua incidência. Além disso, para equipamentos que exigem monitoramento contínuo, o filtro de Kalman e o filtro de Kalman estendido são utilizados quando apropriado. Sua finalidade é eliminar ruídos no processo de aquisição de dados para obter informações confiáveis para análise. Além disso, permite estimar com precisão o estado de certas variáveis em locais onde é difícil ou impossível colocar dispositivos de medição direta. A implementação desta metodologia permite uma melhoria substancial no processo de análise de falhas e, conseqüentemente, torna mais eficazes as ações corretivas para a sua eliminação.

**Palavras-chave:** Redes bayesianas, rede bayesiana dinâmica, análise de manutenção, filtro de Kalman.

**Fecha Recepción:** Septiembre 2024

**Fecha Aceptación:** Marzo 2025

## Introducción

El desempeño del departamento de mantenimiento industrial ha sido siempre un desafío para los administradores de plantas productivas, ya que mantener el equipo en estado funcional es clave para alcanzar los objetivos del departamento de manufactura, esta situación ha impulsado el desarrollo de diversas estrategias para mejorar los indicadores de desempeño del departamento encargado de conservar el equipo industrial en condiciones óptimas y ofrecer un mejor servicio.

Se han implementado diferentes sistemas de mantenimiento para lograr conservar la confiabilidad y eficiencia de los equipos industriales. Algunas de las técnicas más comúnmente utilizadas son el mantenimiento preventivo, proactivo y predictivo, este último hace uso de técnicas de aprendizaje automático, que han surgido como un enfoque prometedor para abordar este desafío (Mourtzis, Siatras, & Angelopoulos, 2020).

Este trabajo de investigación propone una metodología para el análisis de fallas en equipos mediante el uso de redes bayesianas dinámicas, como una alternativa viable para la industria y las empresas. Su objetivo es encontrar la causa raíz de los problemas e implementar acciones correctivas, estableciendo prioridades con base en la probabilidad de ocurrencia de las fallas, con la finalidad mejorar el desempeño del departamento de mantenimiento y de lograr la meta de administrar de una manera más eficiente los gastos generados por el mantenimiento y el tiempo muerto en los equipos productivos y no productivos debido a fallas. El componente dinámico de la red bayesiana se utiliza para modelar relaciones complejas entre varios parámetros del sistema, lo que permite una predicción precisa del estado del equipo y sus patrones de falla (Saeidi et ál., 2019).

Una de las ventajas de la metodología propuesta para el análisis de fallas en mantenimiento es la mejora en la obtención de datos en equipos que requieren el monitoreo de parámetros clave en tiempo real. Esto se logra mediante el uso del filtro de Kalman, que elimina posibles ruidos que podrían generar lecturas incorrectas o imprecisas, de esta manera se obtiene información confiable para su análisis. En este método se utiliza el filtro de Kalman para eliminar el ruido de las señales recibidas de los parámetros medidos para el monitoreo del estado del equipo seleccionado.

El uso del filtro de Kalman permite obtener señales de los parámetros utilizados para el monitoreo sin ruido, lo que posibilita determinar el estado del dispositivo con un nivel aceptable de confiabilidad y programar acciones de corrección y prevención antes de que se presenten fallas en el equipo o dispositivo monitoreado.

La creciente disponibilidad de datos obtenidos del monitoreo del estado de equipos críticos ha abierto nuevas oportunidades para el desarrollo de algoritmos de mantenimiento basados en datos, una considerable cantidad de aplicaciones industriales requiere la medición de un gran número de variables físicas para obtener información suficiente y de calidad en el sistema para obtener el nivel de desempeño deseado, sin embargo, algunas de estas variables no pueden medirse, ya sea por su costo o por problemas de confiabilidad, en este contexto el filtro de Kalman juega un papel clave en muchas aplicaciones industriales (Auger, et ál., 2013).

La necesidad de contar con información necesaria para la toma de decisiones es primordial en la industria manufacturera, la recolección de datos para monitoreo del equipo mediante el uso de diferentes tipos de instrumentos que proporcionan información valiosa para determinar el estado de un equipo, sin embargo, esta información no siempre es exacta, debido a diferentes causas tales como variación en los instrumentos de medición, distancias entre el sensor y la computadora, temperatura etc., esto provoca que la información recopilada por los instrumentos de medición no sea estadísticamente confiable.

En otros casos, los parámetros de interés no siempre pueden medirse directamente, por lo que es necesario estimarlos a partir de la información disponible, mediante el uso de herramientas como el filtro de Kalman que es utilizado en muchos campos tales como navegación, ingeniería aeroespacial, ingeniería espacial, física, señales de audio e ingeniería de control (Ai, Ai, Gray, Salzburger, y Styles, 2023), además es útil para suavizar las señales con ruido, sin embargo, no siempre es fácil estimar el estado exacto de un sistema debido a varias razones, entre las que se encuentran la imperfección del modelo matemático, ambientes dinámicos, error con distribución inadecuada (No Gaussiana), parámetros inadecuados y falta de linealidad.

En la tabla 1 se muestran algunas notaciones utilizadas en diferentes artículos publicados para referirse a los conceptos más comunes sobre los tópicos del filtro de Kalman, algunos de ellos citados en este trabajo de investigación.

**Tabla 1.** Notaciones utilizadas en diversos estudios.

Parámetro	Notación			
Estimación de estado en tiempo k	$x_{e[k]}$			
Predicción en el tiempo k+1 (Estado estimado a priori)	$x_{p[k+1]}$	$x_{[k+1 k]}$	$x_{[k+1]}^-$	$\hat{x}_{k+1}$
Estado estimado a posteriori	$x_{e[k+1]}$	$x_{[k+1 k+1]}$	$x_{[k+1]}^+$	
Estimación del error en la matriz de covarianza en el tiempo k	$P_{e[k]}$	$P_t$		
Predicción de la matriz de error de covarianza en el tiempo k+1	$P_{p[k+1]}$			
Vector de medición en el tiempo k	$y_k$	$z_k$		

Fuente: Elaboración Propia

## Materiales y Métodos

### Mantenimiento Industrial

En la industria existen diferentes técnicas para el mantenimiento del equipo, las cuales tienen como principal objetivo mantener el equipo en un estado funcional y eliminar o reducir en lo posible los paros no programados por fallas en el equipo. Entre los sistemas más utilizados en la industria, debido a su probada efectividad, se encuentran los siguientes:

Mantenimiento predictivo, que es una técnica basada en el monitoreo y análisis periódico de algunos parámetros del equipo durante su operación que permite identificar fallas en etapas tempranas (Altoé Mendes, Riva Tonini, Rodrigues Muniz, y Bravin Donadel, 2016).

Mantenimiento preventivo, que se define como la actividad en la que las tareas se realizan según un criterio prescrito o en períodos de tiempo predeterminados, Para establecer los períodos óptimos de mantenimiento, se requiere una evaluación detallada e integral. No obstante, esta evaluación generalmente no se realiza, y en su lugar se aplican las recomendaciones del fabricante (Sánchez-Herguedas, Mena-Nieto, Crespo-Marquez, y Rodrigo-Muñoz, 2024).

El mantenimiento correctivo, que implica restaurar la funcionalidad del equipo después de que se haya producido una falla. Este enfoque minimiza el costo de servicio del equipo, extendiendo así el intervalo del mantenimiento, pero se produce a expensas de un mayor riesgo de indisponibilidad del equipo y de un incremento en el tiempo y costo de las reparaciones, como resultado de la inactividad del equipo causada por paros no programados. (Moleda, Matysiak-Mrozek, Ding, Sunderam, & Mrozek, 2023).

## Redes Bayesianas

En las redes bayesianas (RB) se utilizan grafos acíclicos dirigidos (DAG por sus siglas en inglés) para describir las dependencias condicionales entre las variables aleatorias  $X_1, X_2, \dots, X_n$ . Existe un mapeo uno a uno entre los  $n$  nodos del DAG y las variables, y los bordes dirigidos entre los nodos denotan la dependencia entre las variables (Grzegorzcyk, 2024).

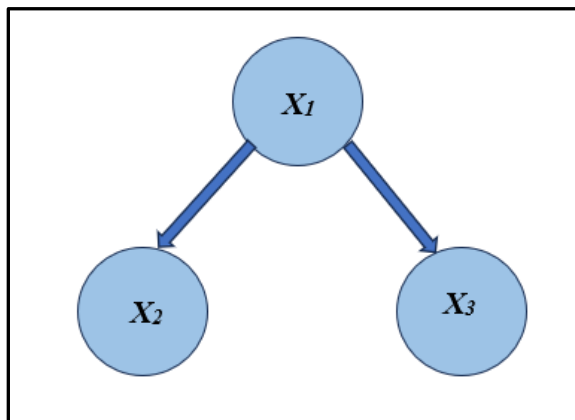
La distribución de probabilidad conjunta sobre todas las variables de la red se puede determinar si se calcula el producto de todas las distribuciones de probabilidad previas y condicionales y su representación matemática se muestra en la ecuación (1).

$$\Pr(X) = \Pr(X_1, X_2, \dots, X_n) = \prod_{i=1}^n \Pr(X_i | P_a(X_i)) \quad (1)$$

La estructura de una red bayesiana y sus probabilidades numéricas pueden obtenerse a partir de expertos o mediante el aprendizaje de datos (Kraisangka y Druzdel, 2018).

En la Figura 1 se muestra un esquema de una red bayesiana simple, en la que un círculo o elipse representan los nodos del grafo, dentro del círculo se muestran las variables identificadas como  $X_1, X_2, X_3$ , y la flechas, también denominadas arcos del grafo, indican las relaciones causales entre estas variables aleatorias. Por ejemplo, en este esquema, las variables  $X_2$  y  $X_3$  tienen una dependencia causal con la variable  $X_1$ .

**Figura 1.** Configuración básica de una red bayesiana.



Fuente: Elaboración propia

## Teorema de Bayes

El teorema de Bayes se puede representar en una fórmula matemática que relaciona las probabilidades incondicional y condicional de los eventos A y B, donde B es un evento con información previa y A es un suceso condicionado, y A es un suceso condicionado, además,

asumiendo  $P(B) \neq 0$ , de manera que la probabilidad de que ocurra A dado B, se puede determinar mediante la ecuación (2) (Conrady y Joufee, 2015).

$$P(A|B) = P(A) * \frac{P(B|A)}{P(B)} \quad (2)$$

donde:

$P(A)$  Es la probabilidad marginal (también llamada probabilidad incondicional) de que ocurra en evento A;

$P(A|B)$  representa la probabilidad condicional de que ocurra el evento A una vez que se presentó el evento B.

$P(B)$  indica la probabilidad marginal de ocurrencia del evento B y

$\frac{P(B|A)}{P(B)}$  representa la razón de probabilidad, también conocida como factor de Bayes.

### Redes Bayesianas Dinámicas

Las redes bayesianas no pueden representar con precisión la relación dinámica entre los parámetros de los procesos, sin embargo, se puede crear una red bayesiana dinámica para incorporar la influencia de la dimensión tiempo dentro de la red bayesiana (Mao, et ál., 2023). Las redes bayesianas dinámicas son una extensión de las redes bayesianas que modelan dominios desde una perspectiva temporal; en esencia, son redes bayesianas extendidas en el tiempo (Saada, Kouppas, Li, y Meng, 2022). Su mayor ventaja es que puede trabajar sin dificultad con datos inciertos o faltantes y sus resultados de predicción son confiables y razonables (Wei, Yu, y Li, 2023). Los intervalos de tiempo reflejan el cambio en el estado/probabilidades de los parámetros en el modelo. Las redes bayesianas dinámicas describen series de tiempo discretas que consisten en observaciones de variables a lo largo de múltiples instantes de tiempo llamados pasos de tiempo o intervalos de tiempo, se asume que el tiempo entre dos intervalos consecutivos es siempre el mismo. Según Leão et ál (2021), una red bayesiana dinámica es un par  $(B_0, \underline{B}_\rightarrow)$  donde:

$B_0$  es una red bayesiana a priori, la cual define la distribución de probabilidad conjunta sobre la variable en  $t = 0$  (se asume que el primer intervalo de tiempo en una red bayesiana dinámica es  $t = 0$  y la última es  $t = T$ ), es decir  $B_0 = P(X|0)$ .

$\underline{B}_\rightarrow$  es el juego de todas las redes de transición  $\underline{B}_\rightarrow [0:T]$  con  $t \in \{1 \dots T\}$

La distribución sobre las variables en el intervalo de tiempo t se define como:

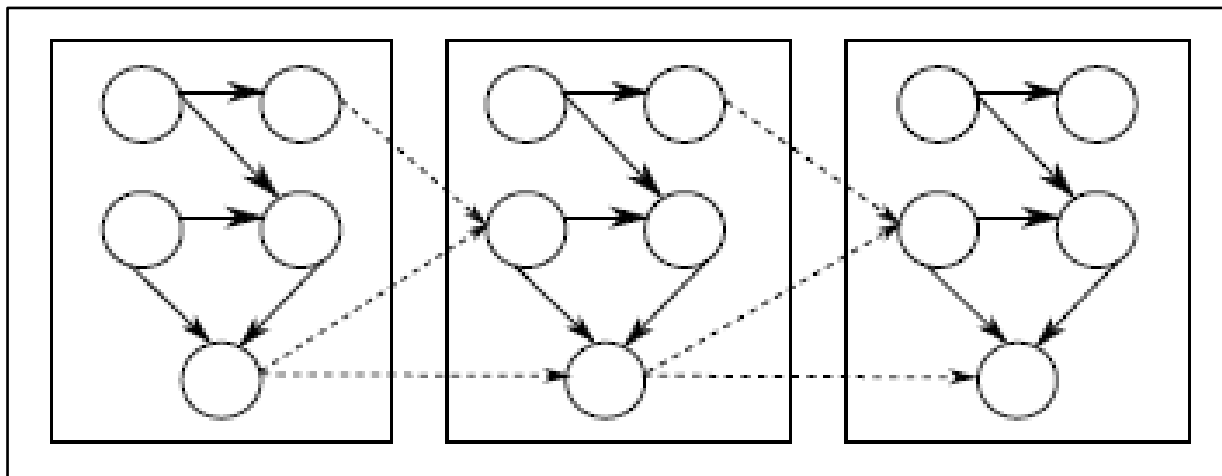
$(B_0, \underline{B}_\rightarrow) = P(X[t]|X[0:t-1])$  (Leão, Madeira, Gromicho, de Carvalho, y Carvalho, 2021).



Las redes bayesianas dinámicas no están limitadas a una sola serie temporal, soporta tanto nodos temporales como no temporales en el mismo modelo siendo los nodos temporales las condiciones iniciales en el tiempo  $t = 0$ . Las redes bayesianas dinámicas son modelos gráficos probabilísticos que describen la incertidumbre en situaciones diversas ( Khan, Khan, y Veitch, 2020).

En la Figura 2 se muestra una forma general de representación de una red bayesiana dinámica, en la que se modelan series temporales con ventanas representadas en un instante de tiempo T, en la que se genera una red bayesiana que en cada instante de tiempo recibe información del instante T-1 además de las variables observables. Las líneas punteadas representan el flujo de información entre las ventanas del tiempo (Reguero Alvarez, 2011).

**Figura 2.** Estructura de una red bayesiana dinámica.



Fuente: (Reguero Álvarez, 2011)

### Filtro de Kalman

El filtro de Kalman es un algoritmo recursivo que utiliza un conjunto de ecuaciones matemáticas y entradas de datos para estimar los factores como la posición, la velocidad y los valores verdaderos de las mediciones de un objeto cuando los valores de medición tienen cierto nivel de incertidumbre. El uso de este filtro permite determinar el estado interno de un sistema lineal dinámico mediante el procesamiento de un conjunto de medidas discretas de un sistema de manera confiable. Tanto las mediciones como el sistema están sujetos a perturbaciones aleatorias, también llamadas ruido, y esta técnica elimina las interferencias en las señales y proporciona datos precisos. Kalman R. E. (1960) publicó un artículo en el que describe una solución recursiva para

problemas de filtrado de datos lineales discretos y aborda la estimación del estado de un proceso controlado por tiempo discreto, gobernado por la ecuación estocástica (3).

$$x_{k+1} = A_k x_k + B u_k + w_k \quad (3)$$

El vector de medición en el tiempo  $k$  se define con la ecuación (4).

$$z_k = H_k x_k + v_k \quad (4)$$

Donde las variables aleatorias  $w_k$  representa el ruido del proceso y  $v_k$  el ruido de las mediciones, que se asume que son independientes entre sí, con una distribución normal con media cero. Además,  $A_k$  es la matriz de transición de estado la cual aplica el efecto de cada parámetro de estado del sistema al tiempo  $k$  con el estado del sistema en el tiempo  $k+1$  (por ejemplo, la temperatura y la presión en el tiempo  $k$ , afectan a la presión en el tiempo  $k+1$ ).  $H_k$  es la matriz de transformación que asigna los parámetros del vector de estado al dominio de medición (Welch y Bishop, 1997).

En el caso de tiempo continuo, mediciones discretas y sistemas no lineales el vector de estado  $\dot{x}(t)$  puede ser representado por la ecuación (5) y la medición disponible en instante  $t_k$  ( $z(t_k)$  por la ecuación (6).

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) + w(t) \quad (5)$$

$$z(t_k) = g(x(t_k), u(t_k)) + v(t_k) \quad (6)$$

donde  $u(t)$  representa la entrada del sistema, el ruido del sistema es representado por  $w(t)$  mientras  $v(t_k)$  el ruido de la medición, los cuales son considerados como procesos gaussianos con matrices de covarianzas  $Q$  para el ruido del sistema y  $R$  para el ruido de medición (González-Cagigal, Rosendo-Macías, y Gómez-Expósito, 2019).

El filtro de Kalman puede ser utilizado para la estimación conjunta de estado y parámetros en la que tanto las variables de estado y los parámetros en el modelo son simultáneamente estimados (Huang, Li, y Yan, 2010). En este trabajo de investigación se usa el filtro de Kalman para realizar un análisis de los datos proporcionados de un generador trifásico para conocer su estado.

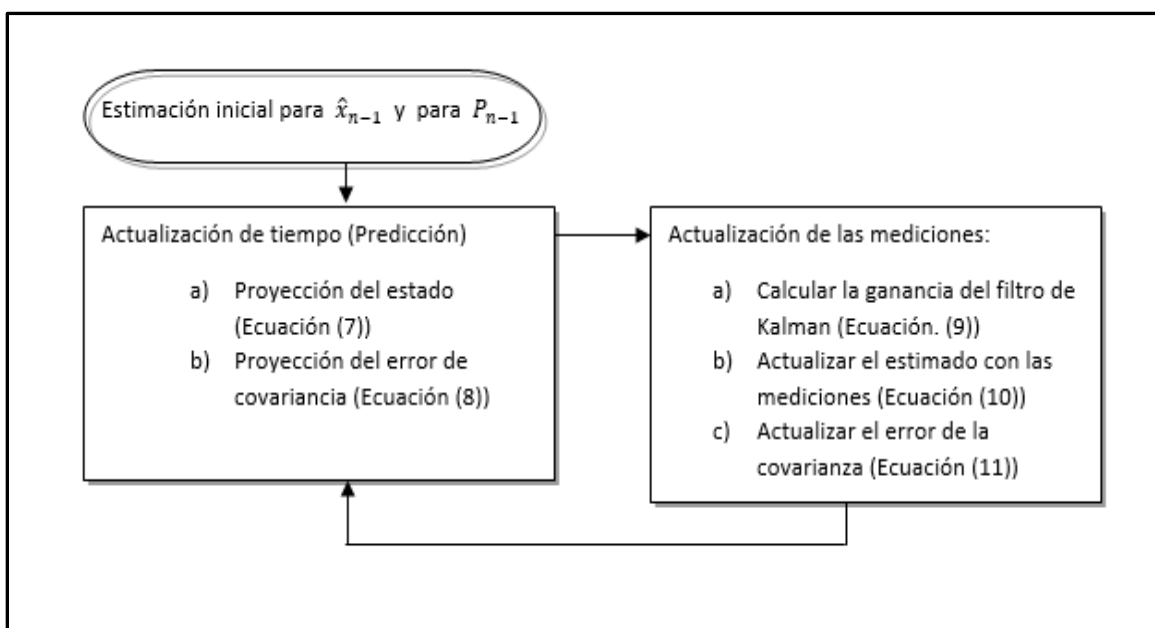
Otros usos típicos del filtro de Kalman incluyen, además de suavizar datos ruidosos, son proporcionar estimaciones de parámetros de interés. Las aplicaciones más comunes incluyen receptores de sistemas de posicionamiento global, bucles de bloqueo de fase en equipos de radio, suavizado de la salida de trackpads de computadoras portátiles y muchas aplicaciones más (Faragher, 2012). Para un sistema dinámico es importante la estimación de sus estados internos ya



que en aplicaciones de tiempo real la cantidad de sensores que se pueden implementar es limitada, aunado a que algunos sensores son demasiado costosos de implementar y no siempre se puede medir todos los componentes físicos ( Shabbouei Hagh, Mohammadi, Mikkola, y Handroos, 2023).

Existen dos procesos involucrados en el algoritmo del filtro de Kalman, uno es de predicción y el otro de corrección, como se muestra en la Figura 3, las ecuaciones (7) y (8) se utilizan para el cálculo de actualización de tiempo y las ecuaciones (9), (10) y (11) para la etapa de corrección.

**Figura 3.** Algoritmo de filtro de Kalman



Fuente: Elaboración propia basada en información de (Babu y Parthasarathy, 2022)

Debido a que los filtros de Kalman son de naturaleza recursiva, el proceso se repite en cada intervalo de tiempo, resultando en una nueva estimación y una covarianza actualizada con la predicción establecida en las iteraciones posteriores (Babu y Parthasarathy, 2022).

Así, el algoritmo del filtro de Kalman se describe en dos pasos: predicción y corrección: En la etapa de predicción, la ecuación (7) genera una estimación a priori, mientras que en la ecuación (8) se obtiene la covarianza del error asociado a la estimación a priori.

$$\hat{x}_n = A\hat{x}_{n-1} + Bu_n \quad (7)$$

$$P_n = AP_{n-1}A^T + Q \quad (8)$$

En la etapa de corrección, la ecuación (9) nos ayuda a obtener la ganancia del filtro de Kalman, la ecuación (10) nos ayuda a obtener la estimación a posteriori con las nuevas mediciones, mientras que la ecuación (11) calcula la covarianza del error asociado a la estimación a posteriori.

$$K_n = P_{n,n-1}H^T(HP_{n,n-1}H^T + R_n)^{-1} \quad (9)$$

$$\hat{x}_n = A\hat{x}_{n,n-1} + K_n(Z_n - H\hat{x}_n) \quad (10)$$

$$P_{(n|n)} = (I - K_nH_k)P_{k|k-1} \quad (11)$$

donde  $K$  representa la ganancia de Kalman,  $P_{n|n}$  la estimación de la incertidumbre para el estado actual,  $H$  la matriz de observación,  $R_n$  la matriz de incertidumbre en las mediciones, y  $Z_n$  el vector de estado de las mediciones (Babu & Parthasarathy, 2022).

Las matrices de covarianza proveen información acerca de la calidad de los estimados, sin embargo, si las matrices de la covarianza de estado o ruido no son correctamente estimadas, la matriz de covarianza en la estimación del error no tiene significado.

Masnadi-Shirazi et ál. (2019) proporcionan un tutorial y un procedimiento matemático paso a paso para la derivación de las ecuaciones del filtro de Kalman. Estos autores consideran el vector de estado objetivo  $x_k \in \mathbb{R}^n$ , con  $k$  como índice de tiempo y el modelo estocástico de tiempo discreto se representa mediante la ecuación (12).

$$x_k = \phi_{k-1}(x_{k-1}, u_{k-1}) \quad (12)$$

Donde  $\phi_{k-1}$  es una función conocida, posiblemente no lineal, del estado  $x_{k-1}$  y  $u_{k-1}$  es el ruido el cual cuenta para modelos mal planteados o errores en los objetivos establecidos. También se debe considerar que las mediciones del proceso son  $z_k \in \mathbb{R}^m$ , las cuales están relacionadas mediante la ecuación (13).

$$z_k = h_k(x_k, w_k) \quad (13)$$

$h_k$  es una función conocida, posiblemente no lineal y  $w_k$  es el ruido de la medición, el cual se asume ruido blanco, al igual que  $u_{k-1}$ , ambos con funciones de distribución de probabilidad conocidas e independiente una de la otra.

Suponiendo ahora que  $\phi_k$  y  $h_k$  son funciones lineales y asumiendo que las distribuciones de ruido y las de estados iniciales son Gaussianas, se puede escribir el siguiente modelo lineal/Gaussiano consistente en las siguientes tres partes:

1.- Un vector en diferencia definido por la ecuación (14).

$$x_{k+1} = \Phi_k x_k + u_k \quad k = 0,1,2,3 \dots \quad (14)$$

El cual define cómo el vector aleatorio  $x_k$  cambia con el tiempo.



2.- Un vector aleatorio inicial  $x_0$  con un estimado inicial  $\hat{x}_0$  con un valor en la covarianza inicial  $P_0$ .

3.- Mediciones del proceso calculados a partir de la ecuación (15).

$$z_k = H_k x_k + w_k \quad k = 0, 1, 2 \dots \quad (15)$$

Una limitación clave para muchas aplicaciones del filtro de Kalman, es la suposición de modelos lineales para el sistema y la medición, así como distribuciones gaussianas para el estado del sistema, el proceso y medición del ruido. Esto ha motivado el desarrollo de una serie de extensiones para sistemas no lineales, se han desarrollado diversas variaciones del filtro de Kalman con la finalidad de mejorar su desempeño, el filtro de Kalman extendido (EKF) y el filtro de Kalman Unscented son ampliamente utilizados para sistemas no lineales, que son aproximados a sistemas lineales mediante técnicas de linealización (Aghamolki, Miao, Fan, Jiang, y Manjure, 2015). No obstante, dado que el filtro de Kalman extendido utiliza la linealización para convertir un sistema no lineal en parcialmente lineal, su desempeño puede verse afectado en sistemas altamente no lineales (Kim, Petrunin, y Shin, 2022).

### Filtro De Kalman Extendido

Para procesos no lineales una técnica comúnmente utilizada es el filtro de Kalman extendido, que linealiza una función no lineal  $f$  en un tiempo  $k-1$  y predice la imagen en un tiempo  $k$ , la estimación se realiza en dos pasos: las ecuaciones de actualización de tiempo, y las ecuaciones de actualización de medición. Las ecuaciones de actualización de tiempo (16) y (17) son:

$$\hat{x}_{k|k-1} = f(\hat{x}_{k-1|k-1}, u_k) \quad (16)$$

$$P_{k|k-1} = F_k P_{k-1|k-1} F_k^T + Q_k \quad (17)$$

Donde  $Q_k$  es una matriz positiva definida que representa la covarianza de ruido del proceso y  $F_k$  por la ecuación (18).

$$F_k = \frac{\partial f}{\partial x}(\hat{x}_{k-1|k-1}, u_k) \quad (18)$$

Las ecuaciones de actualización de las mediciones son utilizadas para corregir los estados estimados y la covarianza de error predicha en las ecuaciones de actualización de tiempo comparando los estados estimados con las mediciones representadas por las ecuaciones (19), (20) y (21).

$$K_k = P_{k|k-1} H_k^T (H_k P_{k|k-1} H_k^T + R_k)^{-1} \quad (19)$$

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + K_k (y_k - H_k \hat{x}_{k|k-1}) \quad (20)$$

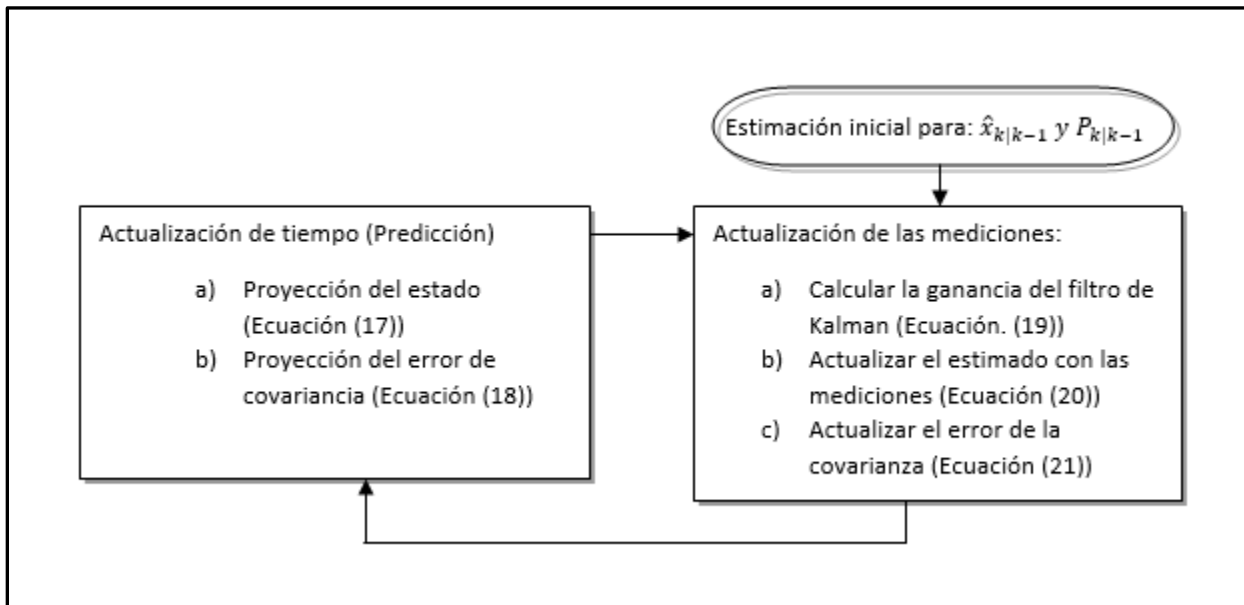


$$P_{k|k} = (I - K_k H_k) P_{k|k-1} \quad (21)$$

donde  $R_k$  es una matriz positiva definida que representa la covarianza del ruido de las mediciones y  $H_k$  es el Jacobiano de  $h(x_k)$ . (Gaouti, Colin, Thiam, & Mazellier, 2021).

En la Figura 4 se muestra el diagrama de operación del filtro de Kalman extendido con las ecuaciones de actualización de tiempo y de medición.

**Figura 4.** Diagrama de operación del filtro de Kalman extendido.



Fuente: Elaboración propia basada en información de (Gaouti, Colin, Thiam, y Mazellier, 2021)

## Resultados

### Método de análisis de Mantenimiento a Equipo Industrial a través del uso de filtro de Kalman y Redes Bayesianas Dinámicas

Como resultado del análisis realizado, se desarrolló una metodología para el análisis de fallas aplicable a cualquier equipo industrial incluido en un programa de mantenimiento, con el objetivo de mantenerlo en óptimas condiciones de operación. Esta metodología incorpora la técnica de redes bayesianas dinámicas, que permite evaluar la relación temporal entre los parámetros de los equipos y manejar probabilidades condicionales de falla, lo que facilita la priorización de acciones correctivas. Para los equipos que requieren monitoreo en tiempo real, se emplea el filtro de Kalman para incrementar la confiabilidad de los datos obtenidos.

La Figura 5 muestra el flujo a seguir para realizar el análisis de Mantenimiento a Equipo Industrial a través del uso de filtro de Kalman y Redes bayesianas Dinámicas. El primer paso consiste en seleccionar el equipo a analizar, cuyas variables influyen entre sí a lo largo del tiempo y pueden ser evaluadas mediante redes bayesianas dinámicas (RBD). Este sistema resulta útil para evaluar el efecto de diversos factores en sistemas complejos, como aquellos cuyo desempeño depende de múltiples variables interdependientes.

El paso 2 consiste en la selección de variables a analizar. Estas variables se seleccionan en función de su impacto en la funcionalidad del equipo y su idoneidad para el análisis mediante redes bayesianas dinámicas. Las variables específicas no se enumeran explícitamente, ya que variarían según el equipo que se analice, es decir, las variables a analizar son aquellas relevantes para la operación del equipo elegido y sus modos de falla, y que pueden ser monitoreadas e incorporadas efectivamente al modelo de RBD. Es importante seleccionar variables que se influyan entre sí a lo largo del tiempo, ya que esta relación dinámica es primordial para el análisis utilizando redes bayesianas Dinámicas.

En el paso 3 del proceso, se determina si es necesario un monitoreo continuo de alguna variable de interés para el correcto funcionamiento del equipo seleccionado. Si se confirma esta necesidad, se procede al paso 4, en el cual se clasifica el sistema como lineal o no lineal con el propósito de determinar qué tipo de filtro de Kalman es más adecuado.

- Si el sistema es lineal, se emplea el filtro de Kalman estándar para la adquisición de datos, ya que proporciona estimaciones precisas y confiables (paso 5).
- Si el sistema es no lineal, se utiliza el filtro de Kalman extendido, una versión adaptada del filtro estándar que permite una mejor estimación de las variables (paso 6).

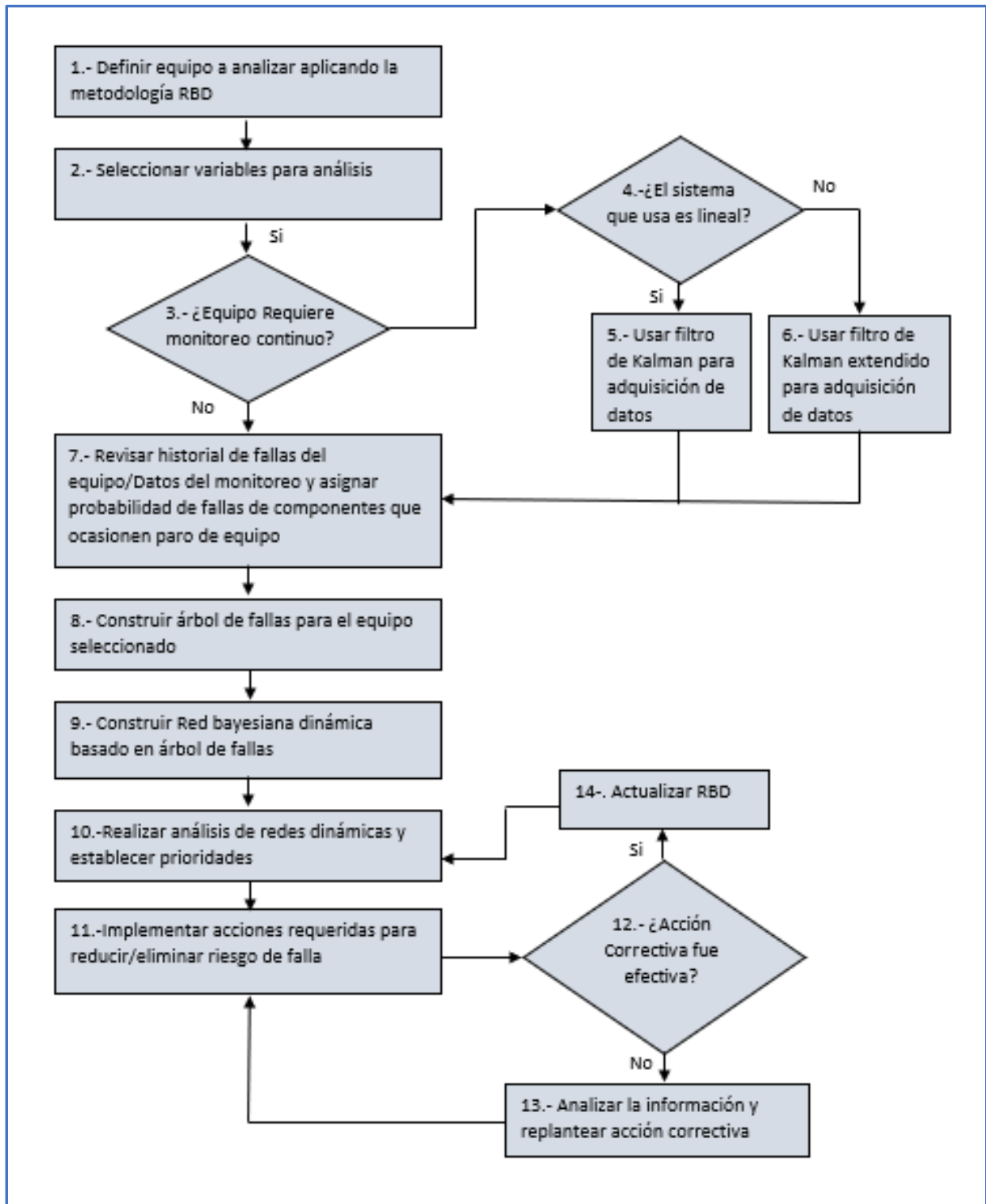
El paso 7 consiste en revisar el historial de fallas del equipo crítico que no requiere monitoreo continuo, así como los resultados del monitoreo continuo de variables, con el objetivo de identificar las fallas que afectan en mayor medida el funcionamiento del equipo.

- En el paso 8, se elabora un árbol de fallas, el cual servirá de base para la construcción de la red bayesiana dinámica (paso 9).
- Como resultado de este análisis, en el paso 10 se establecen prioridades basadas en las probabilidades de falla que podrían ocasionar la detención del equipo.

El paso 11 consiste en la implementación de las acciones en el equipo encaminadas a la reducción de la probabilidad de ocurrencia de la falla analizada. La efectividad de la acción correctiva implementada se evalúa en el paso 12. Si esta resulta eficaz, en el paso 14 se actualiza la red bayesiana dinámica para que la información obtenida sirva como referencia en análisis posteriores. Si las acciones implementadas no reducen la probabilidad de falla, deben replantearse cuantas veces sea necesario hasta encontrar una solución efectiva (paso 13).



**Figura 5.** Metodología para el análisis de mantenimiento a equipo industrial mediante el uso de filtro de Kalman y redes bayesianas dinámicas.



Fuente: Elaboración propia

## Discusión

La metodología desarrollada es una herramienta útil para identificar la causa raíz de los problemas, ya que, además del uso de redes bayesianas dinámicas, incorpora el filtro de Kalman, lo que permite realizar análisis y obtener conclusiones basadas en información fidedigna, facilitando la implementación de acciones correctivas efectivas que aborden directamente el problema y, con ello, mejorar el desempeño de los equipos productivos y la maquinaria existente en la industria sujeta a un programa de mantenimiento, lo que conlleva una mejora en los indicadores de mantenimiento, los cuales impactan directamente los costos asociados al mantenimiento del equipo.

Aunque los cálculos y procedimientos de la metodología, así como la elaboración de la red bayesiana dinámica, pueden parecer extensos y complejos, el uso de programas computacionales agiliza los cálculos y permite obtener los resultados del análisis y las tablas de probabilidades en un tiempo relativamente corto, como se observa en el trabajo de Ramos et ál. (2024).

Además, es posible que personal especializado modifique ciertos programas de mantenimiento para integrar la metodología propuesta, permitiendo la implementación rápida de acciones correctivas y la asignación de prioridades.

Entre los programas más utilizados para el análisis y construcción de redes se encuentran R y BayesiaLab, empleados por Conrady y Jouffe (2015), debido a que cuentan con una interfaz gráfica sofisticada y amigable para el usuario.

## Conclusiones

La aplicación de redes bayesianas dinámicas es de gran ayuda para realizar un análisis profundo del comportamiento del equipo y visualizar como interactúan las variables en el tiempo, esto hace posible encontrar de manera efectiva las causas que originan las fallas en los diferentes equipos lo que permite tomar acciones correctivas que verdaderamente ataquen la raíz de los problemas que originan las fallas en los equipos. Además, esta herramienta proporciona información sobre las probabilidades de ocurrencia de fallas, lo que permite priorizar las acciones correctivas según su impacto y reducir la incidencia de fallos, mejorando así el desempeño del equipo. Este enfoque impacta directamente en los principales indicadores del departamento de mantenimiento en el ámbito industrial, como el tiempo promedio entre fallas (MTBF, por sus siglas en inglés) y el tiempo promedio de reparación (MTTR, por sus siglas en inglés).

Este método de análisis es aplicable a cualquier técnica de mantenimiento, ya que permite un procesamiento efectivo de datos, los cuales pueden actualizarse periódicamente para evaluar la interacción de variables en distintos intervalos de tiempo.

El uso del filtro de Kalman en sus diferentes versiones permite obtener información más confiable, ya que, mediante software adecuado, elimina el ruido en las mediciones que podría generar lecturas incorrectas y afectar la calidad del análisis.

La aplicación de esta metodología mejora los indicadores de mantenimiento, convirtiéndola en una herramienta valiosa para los departamentos de mantenimiento industrial que buscan optimizar el rendimiento de los equipos y reducir costos.

### Futuras Líneas de Investigación

Dada la importancia del departamento de mantenimiento en las plantas industriales y la necesidad de realizar análisis más eficientes para eliminar problemas desde la raíz, es fundamental integrar estas técnicas en el software de control de mantenimiento. Asimismo, la selección adecuada del equipo de monitoreo es crucial para alcanzar los objetivos de mejora continua, indispensables en un mercado cada vez más competitivo.

### Referencias

- Aghamolki, G. H., Miao, Z., Fan, L., Jiang, W. y Manjure, D. (2015). *Identification of synchronous generator model with frequency control using unscented Kalman filter*. *Electric Power Systems Research*, 45-55. doi:<http://dx.doi.org/10.1016/j.epsr.2015.04.016>
- Ai, Ai, X., Gray, H. M., Salzburger, A. y Styles, N. (2023). *A non-linear Kalman filter for track parameters estimation in high energy physics*. *Nuclear Inst. and Methods in Physics Research*, 168041.
- Altoé Mendes, M., Riva Tonini, L. G., Rodrigues Muniz, P. y Bravin Donadel, C. (2016). *Thermographic analysis of parallelly cables: A method to avoid misdiagnosis*. *Applied Thermal Engineering*, 231-236. doi:<https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2016.05.072>
- Auger, F., Hilairret, M., Guerrero, J. M., Monmason, E., Orłowska-Kowalska, T. y Katsura, S. (2013). *Industrial Applications of the Kalman Filter: A Review*. *IEEE TRANSACTIONS ON INDUSTRIAL ELECTRONICS*. doi:<https://doi.org/10.1109/TIE.2012.2236994>
- Babu, P. y Parthasarathy, E. (2022). *FPGA implementation of multi-dimensional Kalman filter for object tracking and motion detection*. En Elsevier (Ed.), *Engineering Science and*

- Technology, an International Journal, (pág. 101084).  
doi:<https://doi.org/10.1016/j.jestch.2021.101084>
- Conrady, S. y Joufee, L. (2015). *Bayesian Networks & BayesiaLab-A practical Introduction for Researchers*. Franklin TN: Bayesia USA.
- Faragher, R. (2012). *Understanding the Basis of the Kalman Filter Via a Simple and Intuitive Derivation*. IEE signal Processing Magazine. doi:[10.1109/msp2012.2203621](https://doi.org/10.1109/msp2012.2203621)
- Gaouti, Y. E. Colin, G., Thiam, B., y Mazellier, N. (2021). *Online vehicle aerodynamic drag observer with Kalman filters*. *International Federation of Automation Control*, (págs. 51-56). Orleans, France. doi:<https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2021.06.008>
- González-Cagigal, M., Rosendo-Macías, J. A. y Gómez-Expósito, A. (2019). *Parameter estimation of fully regulated synchronous generators using Unscented Kalman filters*. *Electric Power Systems Research*, 210-217. doi:<https://doi.org/10.1016/j.epr.2018.11.018>
- Grzegorzczuk, M. (2024). *Being Bayesian about learning Bayesian networks from ordinal data*. *International Journal of Approximate Reasoning*, 109205. doi:<https://doi.org/10.1016/j.ijar.2024.109205>
- Huang , M., Li, W. y Yan, W. (2010). *Estimating parameters of synchronous generators using square-root unscented Kalman filter*. *Electric power System Research*, 1137-1144. doi:<https://doi.org/10.1016/j.epr.2010.03.007>
- Kalman, R. E. (1960). *A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems*, *Transactions of the ASME - Journal of Basic Engineering*, 82(1) 35-45 doi:<https://doi.org/10.1115/1.3662552>
- Khan, B., Khan, F. y Veitch, B. (2020). *A Dynamic Bayesian Network model for ship-ice collision risk in the Arctic waters*. *Safety Science*, 104858. doi:<https://doi.org/10.1016/j.ssci.2020.104858>
- Kim, S., Petrunin, I. y Shin, H.-S. (2022). *A Review of Kalman Filter With Artificial Intelligence Techniques*. *Integrated Communication, Navigation and Surveillance Conference*. Dulles, USA. doi:<https://doi.org/10.1109/ICNS54818.2022.9771520>
- Kraisangka, J. y Druzdzel, M. J. (2018). *A Bayesian network interpretation of the Cox's proportional hazard model*. *International Journal of Approximate Reasoning*, 195-211. doi:<https://doi.org/10.6000/1929-6029.2014.03.01.5>
- Leão, T., Madeira, S. C., Gromicho, M., de Carvalho, M. y Carvalho, A. M. (2021). *Learning dynamic Bayesian networks from time-dependent and time-independent data: Unraveling*

- disease progression in Amyotrophic Lateral Sclerosis. *Journal of Biomedical Informatics*, 103730. doi:<https://doi.org/10.1016/j.jbi.2021.103730>
- Mao, H., Xu, N., Li, X., Li, B., Xiao, P., Li, Y. y Li, P. (2023). *Analysis of rockburst mechanism and warning based on microseismic moment tensors and dynamic Bayesian networks*. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*. doi:<https://doi.org/10.1016/j.jrmge.2022.12.005>
- Masnadi-Shirazi, H., Masnadi-Shirazi, A., & Dastgheib, M. A. (2019). *A Step-by-Step Mathematical Derivation and Tutorial on Kalman Filters*. arXiv preprint arXiv:1910.03558. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1910.03558>
- Moleda, M., Małyśiak-Mrozek, B., Ding, W., Sunderam, V., & Mrozek, D. (2023). From Corrective to Predictive Maintenance—A Review of Maintenance Approaches for the Power Industry. *Sensors*, 23(13). doi:<https://doi.org/10.3390/s23135970>
- Mourtzis, D., Siatras, V., & Angelopoulos, J. (2020). Real-Time Remote Maintenance Support Based on Augmented Reality (AR). *applied sciences*, 10(5), 1855. <https://doi.org/10.3390/app10051855>
- Ramos Lozano, S., Rodríguez Medina, M. A., Herrera Ríos, E. B. y Poblano Ojinaga, E. R. (2024). *Reducción de Riesgo de Fallos en Impresora 3D Mediante el uso Secuencial De DFMEA, Árbol De Fallos y Redes Bayesianas*. *DYNA ingeniería*, 99, 78-84. doi:<https://doi.org/10.6036/10794>
- Reguero Alvarez, J. (2011). *Aplicación de las redes bayesianas dinámicas a la predicción de series de datos y a la detección de anomalías*. Madrid, España.
- Saada, M., Kouppas, C., Li, B. y Meng, Q. (2022). *A multi-object tracker using dynamic Bayesian networks and a residual neural network based similarity estimator*. *Computer Vision and Image Understanding*, 10369. doi:<https://doi.org/10.1016/j.cviu.2022.103569>
- Saeidi, M., Soufian, M., Elkurdi, A., & Nefti-Meziani, S. (2019). *A Jet Engine Prognostic and Diagnostic System Based on Bayesian Classifier*. 2019 12th International Conference on Developments in eSystems Engineering (DeSE), (págs. 975-977). Kazan, Rusia. doi:<https://doi.org/10.1109/DeSE.2019.00181>
- Sánchez-Herguedas, A. Mena-Nieto, A., Crespo-Marquez, A., y Rodrigo-Muñoz, F. (2024). *Finite time preventive maintenance optimization by using a Semi-Markov process with degraded state. A case of study for Diesel engines in mining*. *Computer & Industrial Engineering*, 110083. doi:<https://doi.org/10.1016/j.cie.2024.110083>

- Shabbouei Hagh, Y., Mohammadi, M., Mikkola, A. y Handroos, H. (2023). *An experimental comparative study of adaptive sigma-point Kalman filters: Case study of a rigid-flexible four-bar linkage mechanism and a servo-hydraulic actuator*. Mechanical Systems and Signal Processing (pág. 110148). Elsevier Ltd. doi:<https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2023.110148>
- Wei, L., Yu, H., & Li, B. (2023). *Energy financial risk early warning model based on Bayesian network*. (Elsevier, Ed.) Energy Reports (ISSN 2352-4847), 2300-2309. doi:<https://doi.org/10.1016/j.egyr.2022.12.151>
- Welch, G. y Bishop, G. (1997). *An Introduction to the Kalman Filter*. Department of Computer Science, University of North Carolina at Chapel Hill, North Carolina, USA. [https://www.cs.unc.edu/~welch/media/pdf/kalman\\_intro.pdf](https://www.cs.unc.edu/~welch/media/pdf/kalman_intro.pdf)

Rol de Contribución	Autor (es)
Conceptualización	Secundino Ramos Lozano (Principal) Manuel Arnoldo Rodríguez Medina (Igual)
Metodología	Secundino Ramos Lozano (Principal). Manuel Arnoldo Rodríguez Medina (Igual). Eduardo Rafael Poblano Ojinaga (Igual). Jesús Manuel Barraza Contreras (Igual).
Software	NO APLICA
Validación	Eduardo Rafael Poblano Ojinaga (Igual). Jesús Manuel Barraza Contreras (Principal).
Análisis Formal	Secundino Ramos Lozano (Principal). Manuel Arnoldo Rodríguez Medina (Igual). Eduardo Rafael Poblano Ojinaga (Igual). Jesús Manuel Barraza Contreras (Igual).
Investigación	Secundino Ramos Lozano (Principal) Manuel Arnoldo Rodríguez Medina (Igual)
Recursos	Secundino Ramos Lozano (Principal). Manuel Arnoldo Rodríguez Medina (Igual). Eduardo Rafael Poblano Ojinaga (Igual). Jesús Manuel Barraza Contreras (Igual).
Curación de datos	NO APLICA
Escritura - Preparación del borrador original	Secundino Ramos Lozano (Principal). Jesús Manuel Barraza Contreras (Igual).
Escritura - Revisión y edición	Manuel Arnoldo Rodríguez Medina (Igual). Eduardo Rafael Poblano Ojinaga (Igual).
Visualización	Manuel Arnoldo Rodríguez Medina.
Supervisión	Manuel Arnoldo Rodríguez Medina.
Administración de Proyectos	Eduardo Rafael Poblano Ojinaga.
Adquisición de fondos	Secundino Ramos Lozano (Principal). Manuel Arnoldo Rodríguez Medina (Igual). Eduardo Rafael Poblano Ojinaga (Igual). Jesús Manuel Barraza Contreras (Igual).