

Resultados de la aplicación de secuencias didácticas para la comprensión del concepto del límite en el bachillerato

Nicolaíta

Results of application of didactic sequences for understanding the limit concept in high school

Erick Radaí Rojas Maldonado

Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, México

erickradai@gmail.com

Resumen

El presente trabajo forma parte de un proyecto emancipador aplicado en el Colegio Primitivo y Nacional de San Nicolás de Hidalgo, en el bachillerato de ingeniería y arquitectura, mediante metodología de investigación-acción y el uso de software para comprender el concepto de límite. Los resultados fueron analizados y posteriormente comparados con la manera tradicional de dar clases, es decir, el sistema constructivo y sin tecnología.

Palabras clave: secuencias, límite, cálculo, aplicación, resultados.

Abstract

This is part of an emancipatory project that was implemented in the Colegio Primitivo y Nacional de San Nicolás de Hidalgo in the Bachelor of Engineering and Architecture with action research methodology. Incorporating software to allow understood the concept of limit. The results are dissected and comparative in the traditional way in which the classes in a constructive way without incorporating technology.

Key words: sequences, limit, calculus, application, results.

Fecha Recepción: Julio 2015

Fecha Aceptación: Enero 2016

Introducción

DESARROLLO

En el semestre 2015-2016 se llevó a cabo la propuesta de secuencias didácticas para la enseñanza del concepto de límite en la asignatura de cálculo, en el Colegio Primitivo y Nacional de San Nicolás de Hidalgo, bachillerato nicolaíta (Rojas, 2015). Esta práctica se desarrolló en el aula y los alumnos pudieron utilizar su calculadora y/o su Smartphone.

Metodología

Se utilizó el enfoque cuantitativo con evaluaciones de enseñanza tradicional en periodos anteriores, pues fue en el semestre 2015/2016 cuando se comenzó a enseñar con ayuda de la propuesta de secuencias didácticas (Rojas, 2015). Más adelante se utilizó estadística no paramétrica con el objetivo de llegar a conclusiones sobre las variables consideradas y establecer criterios de validación.

Evaluación

La evaluación se hizo a través de un examen de máximo 4 reactivos, en el que los estudiantes debían demostrar su aptitud para resolver límites algebraicos y trigonométricos, al igual que su capacidad de vincular el concepto de límite en el ítem y discernir el valor de una función. Cabe señalar que los exámenes fueron distintos para cada semestre; sin embargo, se cuidó que todos reflejaran la habilidad y la comprensión del tema. También se permitió al estudiante consultar libros, apuntes o internet para resolver las preguntas. Los exámenes eran similares entre sí, pero todos cumplían con los parámetros señalados. Uno de los exámenes que se aplicaron fue el siguiente:

Colegio Primitivo y Nacional de San Nicolás de Hidalgo
Examen correspondiente a la unidad “Límites” de la asignatura Cálculo
Diferencial del bachillerato de Ingeniería y Arquitectura
10 noviembre de 2010

Nombre: _____

Instrucciones: resuelve lo siguiente utilizando argumentos claros, de lo contrario el examen no tendrá validez.

1) Desarrolla $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{Sen}(x)}{\operatorname{Cos}(x) - 1}$ Valor 2 puntos.

a) ¿Cuál es el valor de la función cuando $x=0$? Valor 1 punto.
b) ¿Cómo es la gráfica de la función cuando $x=0$? Valor 1 punto.
c) ¿Existe alguna diferencia entre evaluar la función y el límite? ¿Por qué? Valor 1 punto.
d) Explica con tus palabras qué es el límite de una función. Cualquier definición de un libro será considerada incorrecta. Valor 1 punto.

2) Resuelve $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x-1}{\sqrt{3x^2+5x-2}}$

3) Resuelve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+p^2}-p}{\sqrt{x^2+q^2}-q}$

Figura 1. Examen del semestre 2010/2011 que evaluó a los alumnos la unidad correspondiente a Límites. Fuente: Rojas, E. (2010).

Resultados

Después de evaluar la unidad Límites con el examen anterior, se obtuvieron los siguientes resultados:

Aprobaron	20
No Aprobaron	30
No se presentaron	7

Tabla 1. Cantidad de alumnos que aprobaron la evaluación incorporando las TIC a su aprendizaje en el ciclo 2015/2016. Fuente: Rojas, E. (2015).

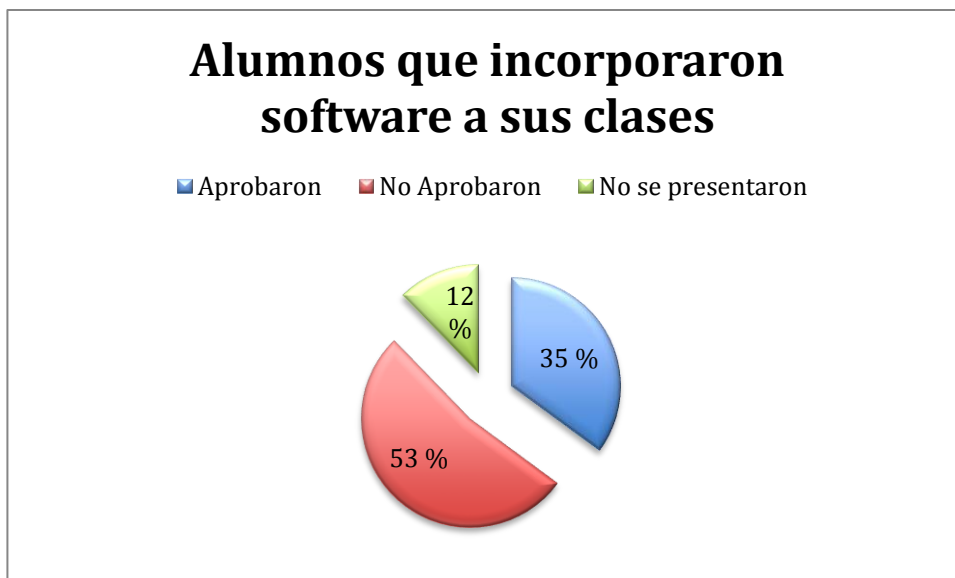


Figura 2. Porcentajes de la evaluación a los alumnos que incorporaron las TIC a su aprendizaje 2015/2016 Fuente: Rojas, E (2015).

En el semestre 2009-2010 se evaluó a alumnos del mismo bachillerato, pero esta vez sin incorporar secuencias didácticas ni las TIC.

Los datos que se obtuvieron fueron los siguientes:

A aprobaron	7
No Aprobaron	42
No se presentaron	6

Tabla 2. Cantidad de alumnos que aprobaron la evaluación sin incorporar las TIC a su aprendizaje en el ciclo 2009/2010. Fuente: Rojas, E. (2009).

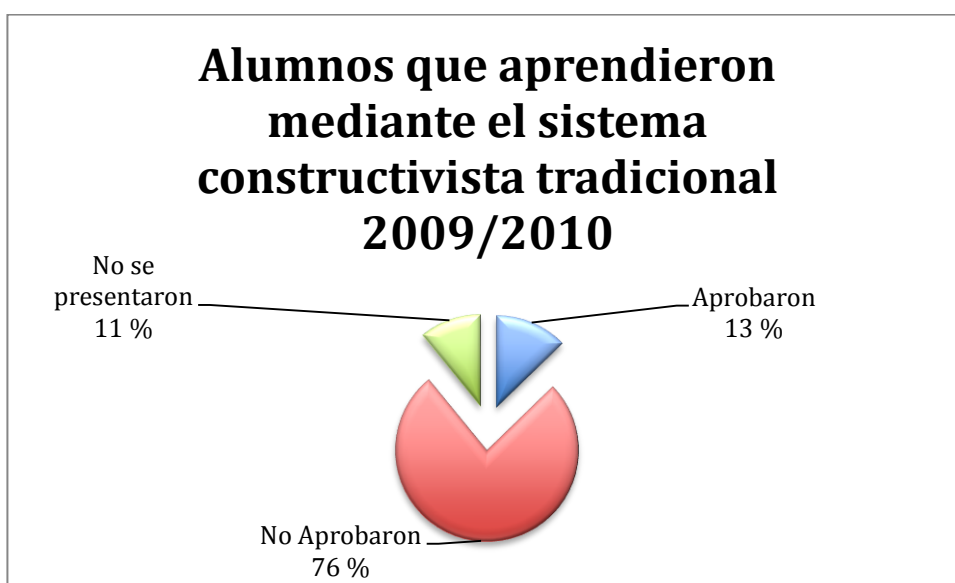


Figura 3. Porcentajes de la evaluación a los alumnos que fueron enseñados mediante el sistema constructivista tradicional en el ciclo 2009/2010. Fuente: Rojas, E. (2009).

En el semestre 2008-2009 la evaluación correspondiente sin vincular TIC fue:

Aprobaron	9
No Aprobaron	34
No se presentaron	1

Tabla 3. Cantidad de alumnos que aprobaron la evaluación sin incorporar las TIC en su aprendizaje en el ciclo 2008/2009. Fuente: Rojas, E. (2008).



Figura 4. Porcentajes de la evaluación a los alumnos que aprendieron mediante el sistema constructivista tradicional en el ciclo 2008/2009 Fuente: Rojas, E. (2008).

En el semestre 2010-2011, la evaluación correspondiente sin vincular a las TIC fue:

Aprobaron	12
No Aprobaron	42
No se presentaron	4

Tabla 4. Cantidad de alumnos que aprobaron la evaluación sin incorporar las TIC en su aprendizaje en el ciclo 2010/2011. Fuente: Rojas, E. (2010).



Figura 5. Porcentajes de la evaluación a los alumnos que aprendieron mediante el sistema constructivista tradicional en el ciclo 2010/2011. Fuente: Rojas, E. (2010).

En el semestre 2012-2013, la evaluación correspondiente sin vincular a las TIC fue:

Aprobaron	16
No Aprobaron	31
No se presentaron	14

Tabla 5. Cantidad de alumnos que aprobaron la evaluación sin incorporar a las TIC en su aprendizaje en el ciclo 2012/2013. Fuente: Rojas, E. (2012).

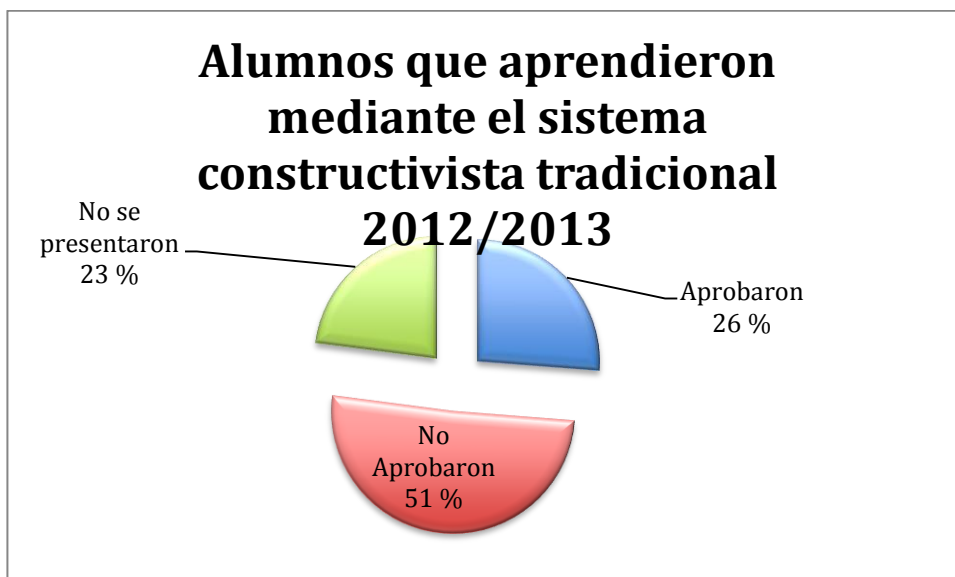


Figura 6. Porcentajes de la evaluación a los alumnos que fueron enseñados mediante el sistema constructivista tradicional en el ciclo 2012/2013. Fuente: Rojas, E. (2012).

En el semestre 2013-2014, la evaluación correspondiente sin vincular a las TIC fue:

Aprobaron	37
No Aprobaron	30
No se presentaron	8

Tabla 6. Cantidad de alumnos que aprobaron la evaluación sin incorporar a las TIC en su aprendizaje en el ciclo 2013/2014. Fuente: Rojas, E. (2013).

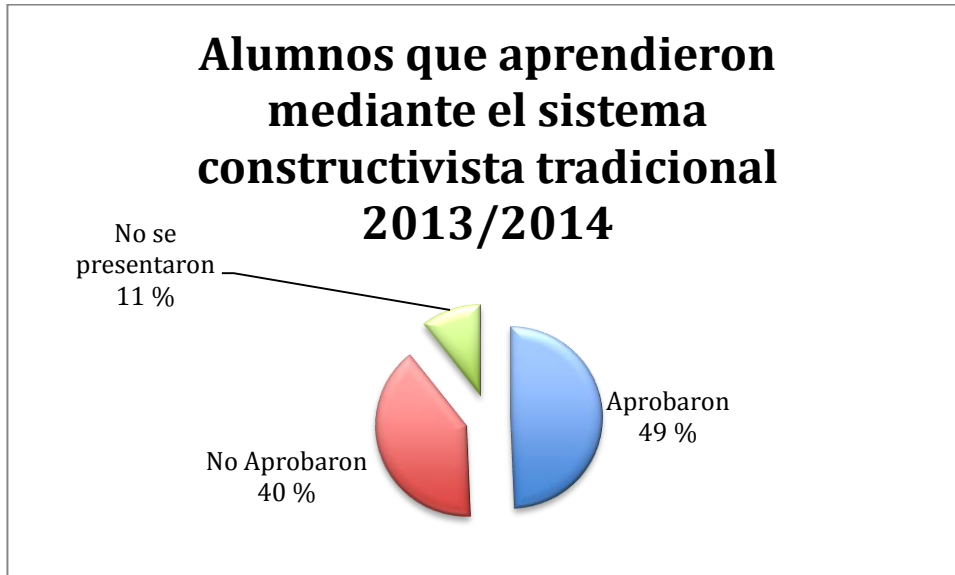


Figura 7. Porcentajes de la evaluación a los alumnos que fueron enseñados mediante el sistema constructivista tradicional en el ciclo 2013/2014. Fuente: Rojas, E. (2013).

A continuación se muestra una gráfica de columnas.

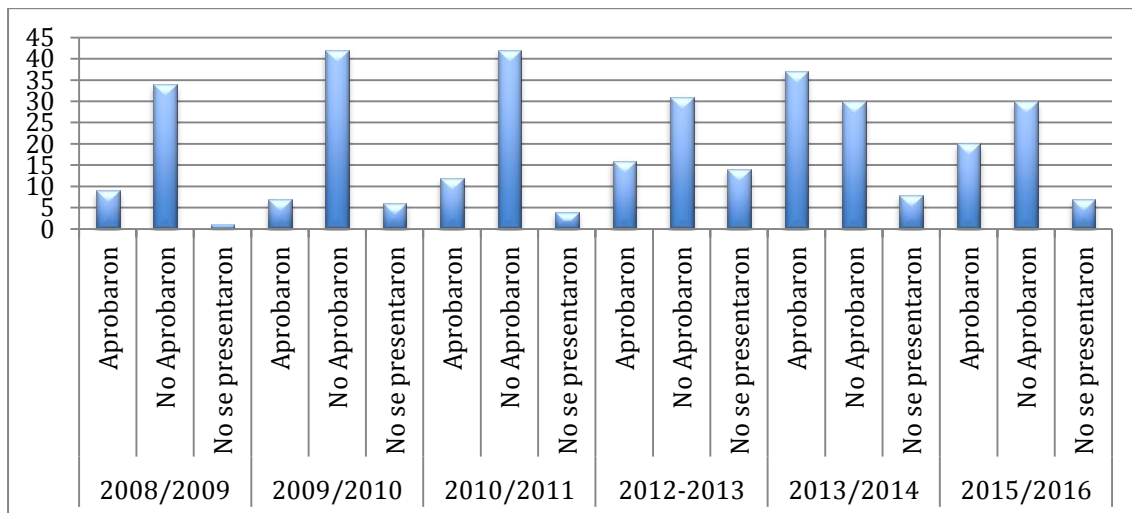


Figura 8. Evaluación de alumnos correspondiente a la unidad temática de Límites. Fuente: Rojas, E. (2016).

Y también la siguiente gráfica:

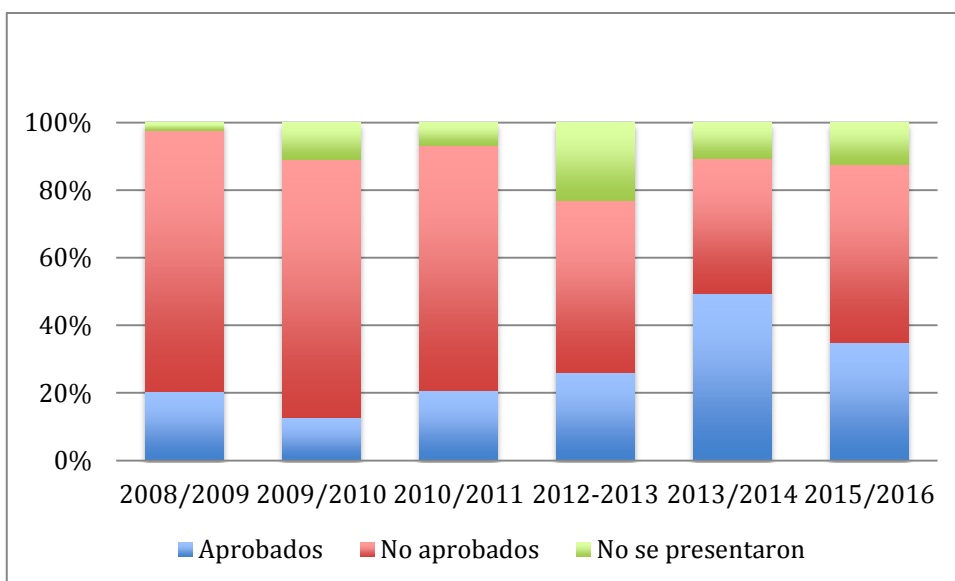


Figura 9. Gráfica de la evaluación de los alumnos de manera global en columna apilada 100 %. Fuente: Rojas, E. (2016).

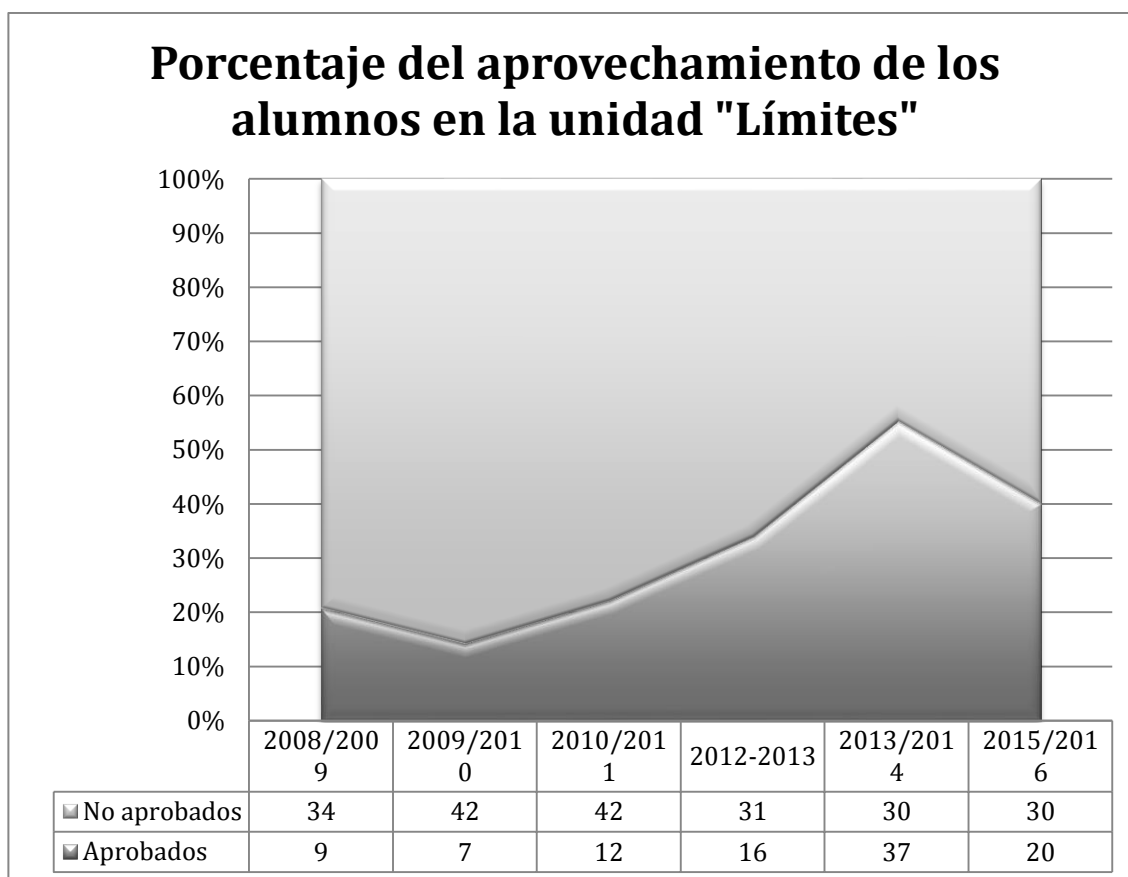


Figura 10. Aprovechamiento de los alumnos por semestres. Fuente: Rojas, E. (2016).

Análisis de los resultados

Durante el periodo previo a la aplicación de la propuesta, el porcentaje de alumnos que demostró tener la capacidad de resolver límites y de comprender el concepto fue muy limitado. Más del 70 % no logró comprender los límites ni resolverlos, y el porcentaje más bajo de reprobación fue del 40 %. Por otro lado, esta última generación demostró estar mucho más actualizada en tecnología.

Durante el semestre 2008/2009 hubo un porcentaje de aprobación en la unidad Límites de solo 21 %, mientras que 2 % no se presentó a la evaluación correspondiente, y que por lo general consta de alumnos que desertan del bachillerato de ingeniería y arquitectura para estudiar otra opción, o bien que deciden ingresar a otra preparatoria. Muchas veces el joven al tener que seleccionar un bachillerato para posteriormente estudiar una carrera, decide incorporarse a los bachilleratos y a la mitad del semestre, cuando se llevan a cabo las inscripciones oficiales, se inscribe en uno de ellos. Por lo general, en el bachillerato de histórico sociales, necesario para estudiar derecho, letras, filosofía, educación, etcétera, no se imparte la asignatura de cálculo diferencial. Este tema requiere de un estudio posterior.

La figura 10 muestra que de 2008 a 2013 se presentó un índice ascendente de aprobación, con excepción del periodo 2009; sin embargo, esto fue insuficiente. Después se alcanzó un índice máximo de aprovechamiento de más del 55 %, considerando que no se incluyó a los alumnos ausentes en la evaluación por las razones arriba mencionadas.

La enseñanza constructiva tradicional, es decir, la que no utiliza medios tecnológicos, mejoró cada año. Pero cuando se aplicaron las secuencias en el periodo 2015/2016 se presentó una caída en el aprovechamiento de cerca del 10 %, es decir, el porcentaje de aprovechamiento llegó a 40 %, cuando la hipótesis era que mejoraría el aprovechamiento de los alumnos al vincular las clases con la tecnología.

	Sin TIC 2013/2014	Con TIC 2015/2016	SUMA ¹
Promedio	5.64	3.4	4.70
Mediana	6.6	3.15	3.3

Tabla 7. Comparativa de los promedios y medianas de las evaluaciones obtenidas en 2013/2014 y 2015/2016 Fuente: Rojas, E. (2016).

Esta tabla muestra el promedio que se había estado conservando en los periodos evaluados. Ahí se observa una disminución tanto en el promedio como en la mediana de las evaluaciones en el periodo 2015/2016, en comparación con el periodo antes evaluado.

Tras analizar los valores de los periodos 2013/2014 y 2015/2016 obtenidos en las evaluaciones correspondientes a la unidad Límites de la asignatura de cálculo diferencial, elaboramos la siguiente tabla.

	Sin TIC 2013/2014	Con TIC 2015/2016	SUMA
NO aprobaron	30	30	60
Aprobaron	37	20	57
SUMA	67	50	117

Tabla 8. Matriz de evaluaciones reales. Fuente: Rojas, E. (2016).

La pregunta es: ¿están relacionados entre sí el aprendizaje y la tecnología?

Para responder utilizamos la prueba de chi-cuadrado² (n=117), y elaboramos la siguiente tabla de valores esperados.

	Sin TIC	Con TIC
--	---------	---------

¹ La SUMA representa las evaluaciones del periodo 2013/2014, más las del periodo 2015/2016, para obtener los promedios y medianas correspondientes.

² La hipótesis nula de la prueba chi-cuadrada postula una distribución de probabilidad totalmente específica como el modelo matemático de la población que ha generado la muestra. El análisis de una tabla de este tipo supone que las dos clasificaciones son independientes. Es decir, a partir de la hipótesis nula de independencia se desea saber si existe una diferencia suficiente entre las frecuencias que se observaron y las correspondientes frecuencias que se esperan, de tal manera que la hipótesis nula sea rechazada. La prueba chi-cuadrada proporciona los medios apropiados para analizar este tipo de tablas.

	2013/2014	2015/2016
No aprobaron	34.35897436	25.64102564
Aprobaron	32.64102564	24.35897436

Tabla 9. Matriz de evaluaciones esperadas. Fuente: Rojas, E. (2016).

Donde concretamente el estadístico de contraste es $\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$ con $(n - 1)(k - 1)$ grados de libertad.

Y entonces formulamos las hipótesis:

Hipótesis nula H_0 : el aprendizaje del límite es independiente de la aplicación de un software.

Hipótesis alternativa H_a : el aprendizaje del límite es dependiente de la aplicación de un software.

Después de hacer los cálculos correspondientes se obtuvo *Valor de P* = 0.10314906 y *Valor Prueba X^2* = 2.65616654

Dado que *Valor de P* > 0.05 podemos concluir que es válida la *Hipótesis nula H_0* , es decir, el aprendizaje del límite es independiente de la aplicación de un software.

Ahora bien, es preciso preguntar ¿se presentó alguna mejoría al involucrar software en la enseñanza de la unidad Límites?

Para responder a la pregunta nos auxiliamos del valor de la mediana de la suma de ambos periodos, que en este caso equivale a $M = 3.3$, como se mostró en la tabla 7.

Por tanto, podemos formar la siguiente matriz:

	Sin TIC 2013/2014	Con TIC 2015/2016	SUMA
Valores menores a la Mediana	17	25	42
Valores mayores o iguales a M	50	25	75
SUMA	67	50	117

Tabla 10. Matriz de frecuencias reales con respecto a la Mediana globalizada. Fuente: Rojas, E. (2016).

Aplicamos nuevamente la prueba de chi-cuadrado, obteniendo la matriz de frecuencias esperadas.

	Sin TIC 2013/2014	Con TIC 2015/2016
Valores menores a la Mediana	24.05128205	17.94871795
Valores mayores o iguales a M	42.94871795	32.05128205

Tabla 11. Matriz de frecuencias esperadas con respecto a la Mediana globalizada. Fuente: Rojas, E. (2016).

Y formulamos las hipótesis:

Hipótesis nula H_0 : el uso de software no mejora la comprensión de los límites.

Hipótesis alternativa H_a : el uso de software mejora la comprensión de los límites.

Después de realizar los cálculos correspondientes se obtiene *Valor de P* = 0.006013091

y *Valor Prueba X^2* = 7.54637527

Dado que *Valor de P* < 0.05 podemos concluir que es válida la *Hipótesis alternativa H_a* , es decir, el uso de software mejora la comprensión de los límites.

Conclusión

Es evidente que la problemática que enfrenta el docente para transmitir el conocimiento de esta unidad —y en general, el de todas las demás ramas de la ciencia de la Matemática— consiste en poder identificar los estilos de aprendizaje de los jóvenes del nivel medio superior.

Los alumnos del bachillerato nicolaíta no son elegidos por su profesor, ni tampoco ellos lo eligen a él. No existe un perfil de ingreso para este bachillerato que exponga los requisitos necesarios para poder comprender una determinada asignatura, en este caso cálculo diferencial. Sin embargo, se da por hecho que el alumno que pasa al quinto semestre (tercer año) del bachillerato ya maneja los conceptos fundamentales de álgebra y trigonometría, y que posee las habilidades relacionadas con ellas, permitiendo así su posterior aprendizaje del cálculo. Pero los resultados muestran lo contrario.

A pesar del esfuerzo de los docentes por innovar e incorporar material didáctico, los resultados no han sido completamente satisfactorios. No obstante, ningún esfuerzo es en vano si el alumno muestra al menos algún aprovechamiento académico.

En la educación no se deben escatimar recursos, ni tampoco esfuerzos. Aunque hubo una mejora con la aplicación de secuencias didácticas e incorporando las TIC, esta no fue tan rápida como la de los semestres 2012 y anteriores.

Sería bueno analizar qué sucedió en el semestre 2013/2014, cuando no se enseñó a través de las TIC. En ese periodo se utilizó una enseñanza constructiva que dio mejores resultados que involucrando a la tecnología. Pero también es pertinente señalar que el alumno es responsable de lo que sucede; es decir, él también debe buscar el mecanismo más adecuado para su aprendizaje.

Los alumnos de ahora pertenecen a una generación donde la tecnología se utiliza y avanza constantemente. Tal vez por eso incorporaron la tecnología a su aprendizaje, o tal vez no de acuerdo a las secuencias aquí mostradas. Sin embargo, también es importante señalar que la habilidad de esa generación con el álgebra destacó en comparación con los semestres anteriores. En otras palabras, mostraron cualidades superiores para aprender la Matemática en comparación con los semestres donde se involucró a la tecnología (2015).

Estos resultados se reflejan a nivel mundial de acuerdo con el estudio de la OCDE (2015):

En México se utilizan más las computadoras para la enseñanza de las matemáticas que en el promedio de los países de la OCDE. Sin embargo, los estudiantes que dijeron que utilizaban frecuentemente computadoras en su clase de matemáticas rindieron en promedio menos en las evaluaciones de PISA que los que dijeron que las utilizan. En general, en los últimos diez años no ha habido ninguna mejoría notable en el aprovechamiento de los estudiantes de los países que han hecho fuertes inversiones en las TIC para el sector educativo, con respecto a las asignaturas de lectura, matemáticas o ciencias. En 2012, en la inmensa mayoría de los países, los estudiantes que utilizaron computadoras de manera moderada en la escuela tuvieron, en cierto modo, mejores resultados de aprendizaje que los que las usaron raras veces; pero los estudiantes que utilizaron computadoras con mucha frecuencia en la escuela lo hicieron mucho peor, incluso después de tomar en cuenta su origen social y entorno demográfico.

La conclusión de este estudio global refleja lo que aquí expuesto.

La pregunta entonces es si es pertinente continuar con este tipo de estrategias de enseñanza. El presente análisis muestra que no hay que abusar de la tecnología y que es mejor esforzarnos en adquirir experiencia y habilidad en álgebra, trigonometría y, posteriormente, cálculo. Quizá sea recomendable dar una breve introducción a determinados conceptos, por ejemplo, el límite, incorporando solo un poco la tecnología pero sin olvidar el formalismo matemático. Los alumnos deberían aprender cuándo utilizar la tecnología y cuándo abstenerse de ella, logrando un equilibrio entre el manejo de esta y el manejo del lápiz y papel. De esa manera podrán verificar sus propias conjeturas y también apoyarse en las ayudas visuales proporcionadas por el software, así como lograr modificar sus hábitos de estudio, sus estrategias de aprendizaje y su actitud hacia el conocimiento. De acuerdo con el filósofo Horacio, “Virtus est medium vitiorum utrimque reductum” (SOMA, 2010), es decir, ninguno de los esfuerzos que se hacen para que el alumno aprenda de manera significativa es en vano.

Indudablemente la innovación tecnológica en la enseñanza genera una serie de cambios que ayudan a organizar el pensamiento de manera distinta. Combinar los métodos tradicionales con la tecnología permite apropiarse de un nuevo lenguaje cognitivo y asociar la palabra con la imagen.

Sin embargo, un inconveniente detectado fue que a pesar de que muchos alumnos tenían las herramientas tecnológicas y de que estas tenían estructuradas las secuencias, realmente no las usaban. Es decir, tenían Smartphone y la aplicación para graficar pero esperaban que sus demás compañeros hicieran los cálculos, absteniéndose de experimentar. Probablemente no les atraía usar la tecnología, aunque muchos manifestaron que les daba pereza y que por eso se limitaban a esperar y ver los resultados. Es decir, no deducían. Es evidente que esta actitud no les permite a los alumnos adquirir una correcta interpretación del concepto de límites y tampoco descifrarlos. Otros alumnos simplemente fueron sorprendidos consultando las redes sociales, por ejemplo, whatsapp y Facebook. Es obvio que estos alumnos, a pesar de tener la tecnología a su alcance, no mostraron interés en aprender la asignatura.

Por tanto, se recomienda que en el bachillerato nicolaíta se elabore de manera urgente un perfil de ingreso del alumno, para garantizar que este ingrese con los conocimientos mínimos necesarios para su formación en este nivel.

Bibliografía

- Rojas, E. R. (2015). Secuencias didácticas para la enseñanza del concepto de límite en el cálculo. *Aprendizaje en Ciencia, Matemáticas y Tecnología*, 2 (2), 63-76.
- SOMA (2010). *Soma's Dictionary of Latin Quotations, Maxims and Phrases: A Compendium of Latin Thought and Rhetorical Instruments for the Speaker, Author and Legal Practitioner Who Must Stand Out and Excel!* Victoria, Canada: Trafford Publishing.
- OECD (2015). *Students, Computers and Learning: Making the Connection*. Recuperado el 12 de 12 de 2015, de PISA: <http://dx.doi.org/10.1787/9789264239555-en>